

การแก้โจทย์ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์

ชะเอม สายทอง*

*สาขาวิชาคณิตศาสตร์และสถิติประยุกต์ ภาควิชาวิทยาศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏบ้านสมเด็จเจ้าพระยา 1061 ถนนอิสรภาพ แขวงหิรัญรูจี เขตธนบุรี กรุงเทพฯ 10600

คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์แห่งการคิดและเป็นเครื่องมือสำคัญต่อการพัฒนาศักยภาพของสมอง เน้นให้ผู้เรียนหาวิธีการและกระบวนการคิดที่มีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน เพื่อให้มีองค์ความรู้และหลักการต่างๆ แล้วนำความรู้และหลักการเหล่านั้นไปพัฒนาเพื่อใช้คาดการณ์วางแผน การตัดสินใจ การแก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือก่อให้เกิดศาสตร์อื่นๆ ตามมาอีกด้วย

โจทย์ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ เรียกสั้นๆ ว่าโจทย์เลข คือโจทย์ปัญหาที่มีความสัมพันธ์กันของจำนวน และข้อความ สามารถใช้กฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ สร้างเป็นตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งได้แก่ สมการ อสมการ แผนภาพตาราง และอื่นๆ ได้ การแก้โจทย์ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ต้องใช้ทักษะและกระบวนการที่เป็นระบบ ซึ่งประกอบด้วย ทักษะและกระบวนการคิดในด้านต่อไปนี้

1. การสร้างความคิดรวบยอดของหลักการทางคณิตศาสตร์
2. การคิดคำนวณและการแก้ปัญหา

3. การให้เหตุผลและการพิสูจน์
4. การสื่อสารหรือสื่อความหมาย
5. การนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้ของศาสตร์อื่นๆ หรือใช้เป็นเทคนิคในการแก้ปัญหา

นักการศึกษาด้านคณิตศาสตร์ได้ให้หลักการการแก้โจทย์ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ว่ามีการใช้หลักการคิด 4 แบบ คือ

1. การระลึกได้ (recall) การระลึกได้มีความหมายเช่นเดียวกับการรำลึกได้ การหวนคิด การเรียกกลับ การระลึกถึง การนึกถึง และการจำได้ ซึ่งหมายถึงการที่มนุษย์แสดงสิ่งที่เป็นออกมาโดยไม่มีสิ่งชี้แนะหรือสิ่งเร้าภายนอกมากระตุ้น เช่น การใช้ข้อสอบอัตนัยเพื่อให้บรรยายถึงความรู้ที่เคยมี วิธีการวัดความจำก็คือการวัดการระลึกได้นั่นเอง

ขั้นตอนการคิดทางคณิตศาสตร์ในขั้นการระลึกได้นี้ใช้เพื่อทบทวนความรู้คณิตศาสตร์ที่เคยเรียนมาก่อนหรือการใช้ความรู้เดิม เพื่อเตรียมความพร้อมที่เรียนความรู้ใหม่

2. การคิดพื้นฐาน (basic thinking) การคิดพื้นฐานมีขั้นตอนการคิดที่ไม่ซับซ้อน เพื่อเป็นทักษะที่จะนำไปสู่การคิดขั้นสูงหรือการคิดที่ซับซ้อนขึ้นไป ซึ่งทักษะการคิดพื้นฐานจะเป็นการคิดที่แสดงออกถึงพฤติกรรมที่ต้องใช้ความคิด ตัวอย่างเช่น ทักษะการคิดพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ การนับ การบวก การลบ การคูณ การหาร ถ้าเรามีทักษะเหล่านี้ก็จะทำให้การคิดที่ซับซ้อนขึ้นไปของเราเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ ถ้านักศึกษาจะเรียนเรื่องร้อยละและดอกเบี้ยก็ต้องมีการคิดเรื่องการคูณการหาร เป็นการคิดพื้นฐานมาก่อนจึงจะทำให้การคิดเรื่องร้อยละและดอกเบี้ยได้เข้าใจและทำได้ดี ตัวอย่างทางด้านการใช้ภาษาเช่น ทักษะการคิดทางการสื่อสาร ที่จำเป็นได้แก่ ทักษะการพูด ทักษะการฟัง ทักษะการอธิบาย และอื่น ๆ ถ้าเรามีทักษะเหล่านี้ก็จะทำให้การพูดจาสื่อสารของเราเข้าใจกัน และเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ

3. การคิดวิเคราะห์ (critical thinking) การคิดวิเคราะห์ คือ การจำแนกองค์ประกอบต่าง ๆ ของสิ่งใดสิ่งหนึ่ง หรือเรื่องใดเรื่องหนึ่ง ออกมาให้เห็นว่ามีส่วนประกอบอะไรบ้าง แต่ละองค์ประกอบมีความสัมพันธ์กันอย่างไร เพื่อที่จะได้พิจารณาแต่ละองค์ประกอบว่าเป็นไปอย่างที่ควรจะเป็นหรือไม่ ซึ่งจะนำไปสู่การแก้ไขปัญหาได้ในที่สุด เช่น การแก้โจทย์ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ต้องมีการแยกแยะข้อกำหนดของโจทย์ เพื่อจะนำไปสู่การแก้ปัญหาโจทย์นั้น ถ้ามีการสร้างโจทย์ปัญหาเลียนแบบโจทย์ปัญหาเดิม แต่เพิ่มข้อกำหนดต่าง ๆ ให้มากขึ้น ก็จะทำให้ให้นักศึกษาได้ฝึกการคิดวิเคราะห์เพิ่มขึ้น

4. การคิดสร้างสรรค์ (creative thinking) การคิดสร้างสรรค์คือ ความสามารถที่จะเชื่อมโยง หรือผสมผสานประสบการณ์เก่าเข้ากับประสบการณ์ใหม่ ซึ่งทำให้ค้นพบสิ่งใหม่ๆ และนำไปใช้ประโยชน์ได้ การใช้วิธีการหนึ่งแก้ปัญหาแล้วสามารถให้นักศึกษาหาวิธีอื่นๆ ให้ได้ผลของการคิดที่มีความแปลกใหม่แตกต่างไปจากความคิดของคนอื่นๆ มีลักษณะหรือมุมมองไม่เหมือนผู้อื่น เป็นการนำความรู้เดิมมาดัดแปลงให้เป็นความคิดใหม่ซึ่งไม่ซ้ำกับใครก็เป็นการคิดสร้างสรรค์ ในทางคณิตศาสตร์มีที่ใช้มาก เช่น นักศึกษาค้นคิดวิธีแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้แตกต่างไปจากที่อาจารย์ได้แสดงไว้ แสดงว่านักศึกษาค้นนั้นมีการคิดสร้างสรรค์ในการแก้ปัญหาโจทย์ เป็นต้น

ขั้นตอนของการคิดสร้างสรรค์มีดังต่อไปนี้

1) รวบรวมข้อมูล คือการเรียนรู้ข้อมูลเรื่องราว ตลอดจนปัญหาต่างๆ หรือปัญหาที่คล้ายคลึงกันจนเข้าใจ แล้วรวบรวมจิตใจที่จะทำให้เกิดความคิดออกมา

2) พิจารณาไตร่ตรอง คือการตรึงตรองปัญหาอย่างรอบคอบ ละเอียด นำมาวิเคราะห์ วิจัย เปรียบเทียบ แล้วลองจัดระบบใหม่ หรือคิดจากแง่มุมต่างๆ กัน

3) บ่มหรือฝึกตัว ถ้าได้พยายามอย่างมากตามข้อ 2 แล้ว ความคิดยังไม่เกิดก็หยุดพัก ไม่ฝืนความคิดหรือบังคับสมอง แต่ตรงข้ามควรลืมปัญหาเสียชั่วขณะ ไปพักผ่อนหย่อนใจให้สมองสดชื่น อาจเกิดความคิดใหม่ๆ ได้

4) ความคิดกระจ่างชัด คือขั้นที่เกิดความคิดแวบขึ้นมาในสมอง ผ่านจิตใต้สำนึกทำให้เกิดการแก้ปัญหาได้

5) ทำความคิดให้เป็นจริง เมื่อเกิดความคิดขึ้นแล้ว รีบทำให้กระจ่างและเป็นจริงโดยเร็ว และพิจารณาว่าคำตอบได้แก้ปัญหาหรือไม่ แล้วสร้างให้เป็นรูปร่าง เป็นคำตอบเป็นทางเลือกตัดสินใจ หรือแนวทางการปฏิบัติต่อไป

จะเห็นได้ว่าการแก้โจทย์ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ต้องใช้ทักษะและกระบวนการที่เป็นระบบ และอาศัยหลักการคิด 4 แบบดังกล่าวแล้ว ในการปฏิบัติการแก้โจทย์ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์จะต้องทำเป็นขั้นตอน ซึ่งมีขั้นตอนดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ในขั้นนี้ต้องวิเคราะห์ องค์ประกอบต่างๆ ของสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และองค์ประกอบแต่ละอย่างนั้นมีความสัมพันธ์หรือเกี่ยวข้องกันอย่างไร เพียงพอที่จะใช้แก้ปัญหาได้หรือไม่ มีมากหรือน้อยไป

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา เพื่อวางแผนแก้ปัญหา ต้องพิจารณาว่าจะใช้วิธีการใดแก้ปัญหา โดยมองข้อมูลหรือองค์ประกอบของข้อมูลที่ได้จากขั้นที่ 1 และอาจเปรียบเทียบกับปัญหาที่เคยพบเห็นมาก่อนแล้ว มีตัวแบบเชิง

คณิตศาสตร์ที่สามารถนำมาใช้ได้หลากหลาย เช่น

- 1) การเขียนรูป แผนภูมิ แผนภาพ และแบบจำลอง
- 2) การทำตาราง การจัดหมวดหมู่
- 3) การแบ่งเป็นกรณี
- 4) การใช้เหตุผลทางตรงและทางอ้อม
- 5) การค้นหารูปแบบ
- 6) การทำย้อนกลับ
- 7) การใช้ตัวแปร

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน เป็นขั้นปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ เช่น การตรวจสอบความเป็นไปได้ ปรับปรุงเพิ่มเติมรายละเอียดให้ชัดเจน แล้วลงมือปฏิบัติจนได้คำตอบหรือค้นพบวิธีแก้ปัญหาที่ดี ต้องใช้ทักษะและความรู้ที่เคยมี ใช้การคิดพื้นฐาน การคิดวิเคราะห์ และการคิดสร้างสรรค์อีกด้วย ในขั้นนี้จะรวมการแก้ตัวแบบที่สร้างแทนปัญหาไว้ด้วย

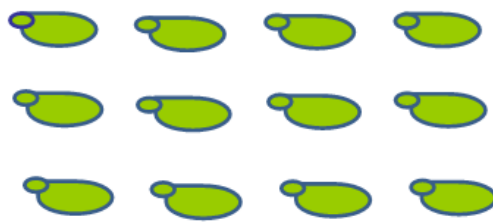
ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ เป็นขั้นที่ผู้แก้ปัญหามองย้อนกลับไปตามขั้นตอนต่างๆ ที่ผ่านมา เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบและวิธีการ พิจารณาปรับปรุงแก้ไขปัญหาให้ชัดเจน รัดกุม ซึ่งวิธีการนี้อาจนำคำตอบไปแทนสิ่งที่โจทย์ปัญหาต้องการ แล้วตรวจสอบความจริงว่าคำตอบที่ได้ถูกต้องหรือไม่

กรณีปัญหาต่อไปนี้ เป็นตัวอย่างการแก้ โจทย์ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์อย่างเป็นระบบ
โจทย์ปัญหาที่ 1 ลุงสมบัติเลี้ยงวัวกับไก่ไว้ จำนวนหนึ่ง เมื่อนับหัวรวมกันได้ 12 หัว และ นับขา รวมกันได้ 40 ขา ลุงสมบัติเลี้ยงวัวกับไก่ ไร่อย่างละเท่าไร

วิธีคิด ดำเนินการเป็นขั้น ๆ ดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจกับปัญหา

ก. โจทย์ต้องการทราบว่า ลุงสมบัติเลี้ยงวัวกับไก่ไว้อย่างละกี่ตัว



ภาพที่ 1 การเขียนภาพตัววัวหรือไก่

2) ในภาพแต่ละภาพ เขียนขาใส่ที่ตัว ตัวละ 2 ขา ซึ่งภาพแต่ละภาพ แสดงว่าเป็นไก่ 12 ตัว มีขา รวมทั้งสิ้น 24 ขา ดังภาพที่ 2 จะเห็นว่ายังไม่ครบ 40 ขา ตามที่โจทย์ต้องการ จึงทำขั้นที่ 3 ต่อไป



ภาพที่ 2 การเขียนขาใส่ที่ตัวไก่

ข. สิ่งที่โจทย์กำหนดให้คือ นับหัววัวกับไก่รวมกันได้ 12 หัว (ตัว) นับขาวัวกับไก่รวมกันได้ 40 ขา

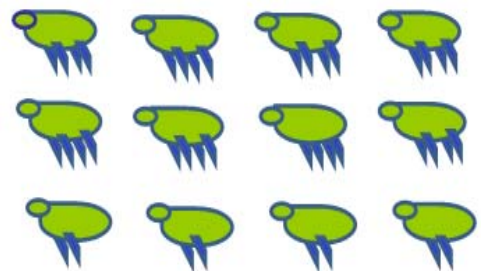
ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผน เลือกตัวแบบการแก้ปัญหา เช่น การเขียนรูป การใช้ตาราง การใช้ตัวแปร

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน

วิธีที่ 1 ถ้าเลือกวิธีการเขียนรูป หรือแผนภาพ โดยมีวิธีทำดังนี้

1) เขียนภาพอย่างง่าย ๆ แสดงตัววัวหรือไก่ 12 ตัว ดังภาพที่ 1

3) ในภาพแต่ละภาพ ถ้าเขียนภาพขาใส่อีก 2 ขาเป็น 4 ขา คือ วัว จนครบ 40 ขา ดังภาพที่ 3 จะสรุปได้ว่ามีภาพวัว 8 ตัว และไก่ 4 ตัว ซึ่งเป็นผลเฉลยตามต้องการ



ภาพ 3 การเพิ่มจำนวนขาของวัว

วิธีที่ 2 ถ้าเลือกตัวแบบตาราง สร้าง ตารางแสดงจำนวนวัวและจำนวนไก่ให้มีจำนวนตัวรวมกันได้ 12 ตัว ซึ่งจำนวนวัวคู่กับจำนวนไก่จะเป็นคู่อันดับดังต่อไปนี้ (0, 12), (1,

11), (2, 10), (3, 7),..., (10,2), (11,1), (12, 0) แล้ว นับจำนวนขา รวมกัน ใส่ในตาราง ดังตารางที่ 1 แถวที่มี* จะได้คำตอบ คือมีวัว 8 ตัว และไก่ 4 ตัว จะได้ขา รวมกัน 40 ขา ตามต้องการ

ตารางที่ 1 จำนวนวัวและจำนวนไก่

วัว		ไก่		รวม 12 ตัว
ตัว	ขา	ตัว	ขา	รวมขา
0	0	12	24	24
1	4	11	22	26
2	8	10	20	28
3	12	9	18	30
4	16	8	16	32
5	20	7	14	34
6	24	6	12	36
7	28	5	10	38
*	8	4	8	40
9	36	3	6	42
...
12	48	0	0	48

วิธีที่ 3 ถ้าคำถามมีจำนวนวัวและไก่ เป็นจำนวนมากๆ การใช้วิธีการเขียนรูปภาพ หรือการใช้ตารางย่อมไม่มีประสิทธิภาพ ดังนั้น จึงต้องใช้วิธีสร้างตัวแบบสมการ โดยกำหนดตัวแปรและแก้สมการ ดังต่อไปนี้

กำหนดให้ วัว สมบัติเลี้ยงวัว x ตัว และ เลี้ยงไก่ y ตัว

สร้างตัวแบบสมการแทนปัญหาได้ ดังต่อไปนี้

$$x + y = 12 \text{ (จำนวนหัว)} \dots\dots\dots (1)$$

$$4x + 2y = 40 \text{ (จำนวนขา)} \dots\dots\dots (2)$$

แก้สมการ จากสมการ (1) นำ 2 คูณ ตลอดทั้งสองข้างจะได้

$$2x + 2y = 24 \dots\dots\dots (3)$$

$$(2) - (3) \text{ จะได้ } (4x + 2y) - (2x + 2y) \\ = 40 - 24$$

จะได้ $2x = 16$ ดังนั้น $x = 8$ แทนค่า $x = 8$ ในสมการ (1) จะได้ $y = 4$

ดังนั้น ลุงสมบัติเลี้ยงวัว 8 ตัว และเลี้ยงไก่ 4 ตัว

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบคำตอบ จะเห็นได้ว่า วิธีที่ 1 และวิธีที่ 2 มีการตรวจสอบคำตอบอยู่แล้วในการดำเนินการ วิธีที่ 1 เพียงแต่ตรวจว่าจำนวนภาพ จำนวนขา ครอบคลุมถูกต้องหรือไม่ สำหรับวิธีที่ 2 ในตารางที่ 1 ก็เห็นได้ชัดอยู่แล้ว บวก ลบ คูณ ใดถูกต้องหรือไม่ จากนั้นมาตรวจสอบคำตอบในการดำเนินการตามวิธีที่ 3 ซึ่งแสดงได้ดังต่อไปนี้

จากสมการตัวแทนปัญหา

$$x + y = 12 \text{ (จำนวนหัว) } \dots\dots\dots(1)$$

$$4x + 2y = 40 \text{ (จำนวนขา) } \dots\dots\dots(2)$$

แทนค่า $x = 8, y = 4$ ในสมการตัวแทน

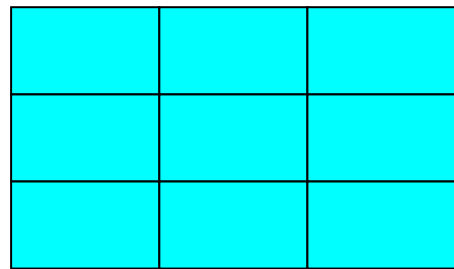
จะได้

$$8 + 4 = 12 \text{ (จำนวนหัว) } \dots\dots\dots(1)$$

$$4(8) + 2(4) = 40 \text{ (จำนวนขา) } \dots\dots\dots(2)$$

ซึ่งเป็นจริงทั้งสองสมการ

โจทย์ปัญหาที่ 2 ในภาพที่ 4 ที่กำหนดให้ มีรูปสี่เหลี่ยมต่างๆ ทั้งหมดกี่รูป

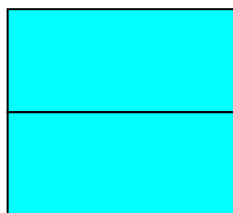


ภาพที่ 4 รูปสี่เหลี่ยม

วิธีที่ 1 ใช้วิธีแยกเป็นกรณี



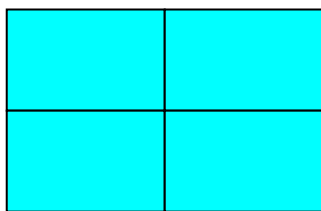
แบบที่ 1 มี 9 รูป



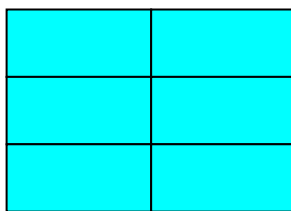
แบบที่ 2 มี 6 รูป



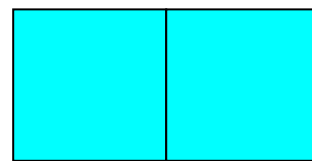
แบบที่ 3 มี 3 รูป



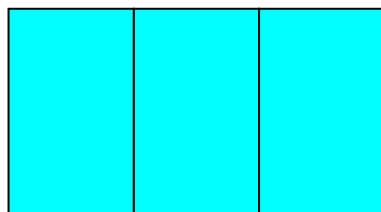
แบบที่ 4 มี 4 รูป



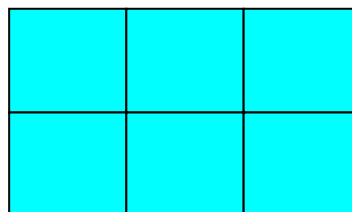
แบบที่ 5 มี 2 รูป



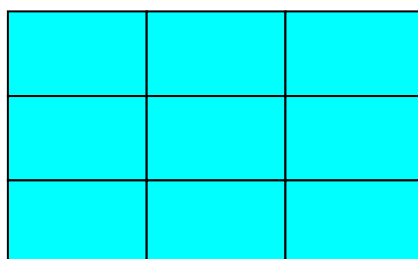
แบบที่ 6 มี 6 รูป



แบบที่ 7 มี 3 รูป



แบบที่ 8 มี 2 รูป



แบบที่ 9 มี 1 รูป

รวมเท่ากับ $9 + 6 + 3 + 4 + 2 + 6 + 3 + 2 + 1 = 36$ รูป

วิธีที่ 2 ใช้วิธีนับโดย ตัวแบบเชิงการจัด
หมู่ (combination)

จากภาพที่ 2 ที่กำหนดให้จะเห็นว่า การเกิดรูปสี่เหลี่ยม 1 รูปได้จากเลือกเส้นตรงตามแนวนอนมา 2 เส้น ตัดกับเส้นตรงตามแนวตั้ง 2 เส้น

เส้นตรงตามแนวนอนมี 4 เส้น เลือกมา 2 เส้น สามารถทำได้ต่างๆ กัน

$$\text{คือ } C(4, 2) = \frac{4!}{(4-2)!2!} = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1 \times 2 \times 1} = 6 \text{ วิธี}$$

เส้นตรงตามแนวตั้งมี 4 เส้น เลือกมา 2 เส้น สามารถทำได้ต่างๆ กัน คือ






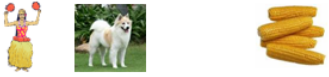
















$$C(4, 2) = \frac{4!}{(4-2)!2!} = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1 \times 2 \times 1} = 6 \text{ วิธี}$$

เพราะว่าสี่เหลี่ยมแต่ละรูปได้จากเส้นตรงตามแนวนอน 2 เส้น ตัดกับเส้นตรงตามแนวตั้ง 2 เส้น ดังนั้นจำนวนรูปสี่เหลี่ยมทั้งหมดมี $6 \times 6 = 36$ รูป ซึ่งได้ผลเฉลยเท่ากับวิธีที่ 1

โจทย์ปัญหาที่ 3 หญิงชราผู้หนึ่งมีของอยู่ 3 อย่าง คือ สุนัข ห่าน และข้าวโพด เขามีความจำเป็นจะต้องข้ามแม่น้ำ โดยอาศัยเรือพายลำเล็กๆ ซึ่งสามารถบรรทุกตัวเขากับสิ่งของของเขาได้อีกเพียงอย่างเดียวเท่านั้น หญิงชรารู้ดีว่าถ้าหากนำ

ข้าวโพดไปก่อน ปล่อยให้สุนัขและห่านไว้ตามลำพัง ไม่มีใครดูแลแล้วสุนัขจะกินห่าน แต่ถ้านำสุนัขไปก่อน ห่านก็จะกินข้าวโพด หญิงชราผู้นี้จะอย่างไรจึงจะข้ามแม่น้ำนี้ได้ โดยมีสิ่งของทั้ง 3 อย่างครบเหมือนเดิม

วิธีคิด สร้างตารางแผนภูมิหรือแบบจำลองแสดงการข้ามแม่น้ำ ดังภาพที่ 5

ฝั่งเริ่มต้น	แม่น้ำ	ฝั่งปลายทาง
		?
	 1	
	 2	
	 3	
	 4	
	 5	
	 6	
	 7	

ภาพที่ 5 แบบจำลองแสดงการข้ามแม่น้ำของหญิงชรา

จากแบบจำลองแสดงการข้ามแม่น้ำของหญิงชราดังภาพที่ 5 ที่สร้างได้จะเห็นว่า มีขั้นตอนลำดับการข้ามแม่น้ำดังต่อไปนี้

1) หญิงชราพายเรือนำห่านข้ามไปก่อน ในฝั่งเริ่มต้น จะเหลือสุนัขและข้าวโพด ซึ่งสุนัขไม่กินข้าวโพด จึงให้อยู่ตามลำพังที่ฝั่งเริ่มต้นได้

2) หญิงชราพายเรือเปล่ากลับไปฝั่งเริ่มต้น

3) หญิงชราพายเรือนำสุนัขไปฝั่งปลายทาง

4) หญิงชราพายเรือนำห่านกลับไป ฝั่งเริ่มต้น เพราะถ้าให้ห่านอยู่กับสุนัขตามลำพังที่ฝั่งปลายทาง สุนัขจะกินห่าน

5) หญิงชราพายเรือนำข้าวโพดไปฝั่งปลายทาง

จากปัญหาดังกล่าวถ้านายสมปอง ต้องการจะตัดผักเมื่อเวลาเริ่มต้นตั้งนาฬิกาทราย จะมีวิธีการอย่างไร นี่คือการท้าทายความคิด ทำให้เกิดการคิดสร้างสรรค์ ลองดูวิธีการคิดวิธีต่อไป

วิธีที่ 2 ขึ้นวางแผน คือพิจารณาสมการ $4 + 4 - 7 = 1$ นำสมการนี้ไปวิเคราะห์ ซึ่งจะเกิดความคิดว่า ถ้าตั้งเวลานาฬิกาทรายชนิด 4 นาที และชนิด 7 นาที พร้อมๆ กัน โดยตั้งชนิด 4 นาที 2 ครั้ง จะได้ 8 นาที และ ตั้งชนิด 7 นาที 1 ครั้ง เมื่อถึงนาฬิกาที่ 7 ให้กลับด้านนาฬิกาทรายจะจับเวลาได้ 1 นาที โดยดูจากนาฬิกาทรายชนิด 4 นาที 2 ครั้ง ดังนั้นเมื่อครบนาฬิกาที่ 8 ให้พิจารณา นาฬิกาทรายชนิด 7 นาที จะมีทรายอยู่ด้านล่าง 1 นาที จึงกลับด้าน เมื่อทรายไหลหมดจะได้อีก 1 นาที รวมเป็น 9 นาที นำการคิดที่ได้ไป

ดำเนินการตามแผน โดยเขียนเป็นแผนภาพดังภาพที่ 8

ในภาพที่ 8 ตั้งนาฬิกาทรายชนิด 7 นาที และชนิด 4 นาที พร้อมๆ กันกับเริ่มตัดผัก เมื่อครบ 7 นาทีให้พิจารณา ก. และ ข. ในภาพดังต่อไปนี้

ก. ตั้งนาฬิกาทรายชนิด 7 นาที เมื่อครบ 7 นาที ให้กลับด้าน จับเวลา 1 นาที จากเวลาของนาฬิกาทรายชนิด 4 นาที ที่ตั้ง 2 ครั้ง ได้ 8 นาที จะได้นาฬิกาทรายชนิด 7 นาทีจับเวลาได้ 1 นาที

ข. กลับด้านนาฬิกาทรายชนิด 7 นาที ซึ่งมีทรายอยู่ข้างล่าง 1 นาที ตั้งในนาฬิกาที่ 9 ได้พอดี จะได้ 9 นาที ตามต้องการ

ท่านจะสามารถแก้ปัญหาการตัดผักของนายสมปองนี้ โดยวิธีการอื่นๆ ได้อีกหรือไม่ จงลองฝึกคิดต่อไป

เวลาตัดผัก 9 นาที											
											ชนิด 4 นาที
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
							ก	ข			ชนิด 7 นาที

ภาพที่ 8 ตารางแสดงระยะเวลา

บทสรุป

การแก้โจทย์ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์มีการใช้หลักการคิด 4 แบบ ได้แก่ การระลึกได้ การคิดพื้นฐาน การคิดวิเคราะห์ และการคิดสร้างสรรค์ ซึ่งต้องอาศัยทักษะและกระบวนการ

สร้างความคิดรวบยอด ทักษะและกระบวนการคิดคำนวณและแก้ปัญหา ทักษะและกระบวนการพิสูจน์และการให้เหตุผล ทักษะและกระบวนการสื่อสารหรือสื่อความหมาย

ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์มีด้วยกัน 4 ขั้นตอน คือ ทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา วางแผนแก้โจทย์ปัญหา ดำเนินการตามแผน และการตรวจสอบ ในการวางแผนแก้โจทย์ปัญหา มีวิธีเลือกตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหามาใช้ได้หลายตัวแบบ เช่น การใช้แผนภูมิ แผนภาพ แบบจำลอง การทำตาราง การจัดหมวดหมู่ การแยกกรณี และการใช้ตัวแปรเพื่อสร้างสมการและอสมการ เป็นต้น

เอกสารอ้างอิง

- โปรแกรมวิชาคณิตศาสตร์และสถิติ มหาวิทยาลัยราชภัฏบ้านสมเด็จเจ้าพระยา (2552). **การคิดและการตัดสินใจ**. กรุงเทพฯ : โอเดียนสโตร์.
- วิริยะ สิริสิงห และคณะ. (มปป). **คณิตคิดสนุก**. กรุงเทพฯ : อักษรวัฒนา.
- เสรษฐา ปานงาม และคณะ ผู้แปล (2551). **คิดเชิงคณิตศาสตร์**. กรุงเทพฯ : ขวัญข้าว' 94.

http://cgsc.rta.mi.th/cgsc/index.php?option=com_content&view=article&id=149:872

31&catid=

<http://dinhin2503.blogspot.com/2006/05/creativethinking.html>

http://en.wikipedia.org/wiki/Mathematical_game

<http://gotoknow.org/file/wattana44/thinking.doc>

http://home.kku.ac.th/genedu/000131/docfile/papercontent06/unit03/unit3_2.doc

<http://pirun.ku.ac.th/~agrpct/envelop/creative%20thinking.doc>